Corrigé

1) Etude du polynôme du second degré

$$f(x) = 3x^2 + 3x - 6$$

Posons $a = 3$, $b = 3$ et $c = -6$.

a) Le discriminant.

$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 3 \times (-6) = 81$.

b) Les racines.

Puisque $\Delta > 0$, l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions dans $\mathbb{R}$.

$$\begin{cases} s = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} & = & \frac{-3-\sqrt{81}}{6} = \frac{-12}{6} = -2 \\ s' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} & = & \frac{-3+\sqrt{81}}{6} = \frac{6}{6} = 1 \end{cases}$$

c) La factorisation

$$f(x) = a(x-s)(x-s') = 3(x+2)(x-1)$$

d) Le tableau de signes.

Sachant $a > 0$ et $f(x)$ admettant deux racines, on a

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

e) Equation de l'axe de symétrie.

$x = \alpha$ avec $\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2\times 3} = -\frac{1}{2}$.

f) Coordonnées du sommet.

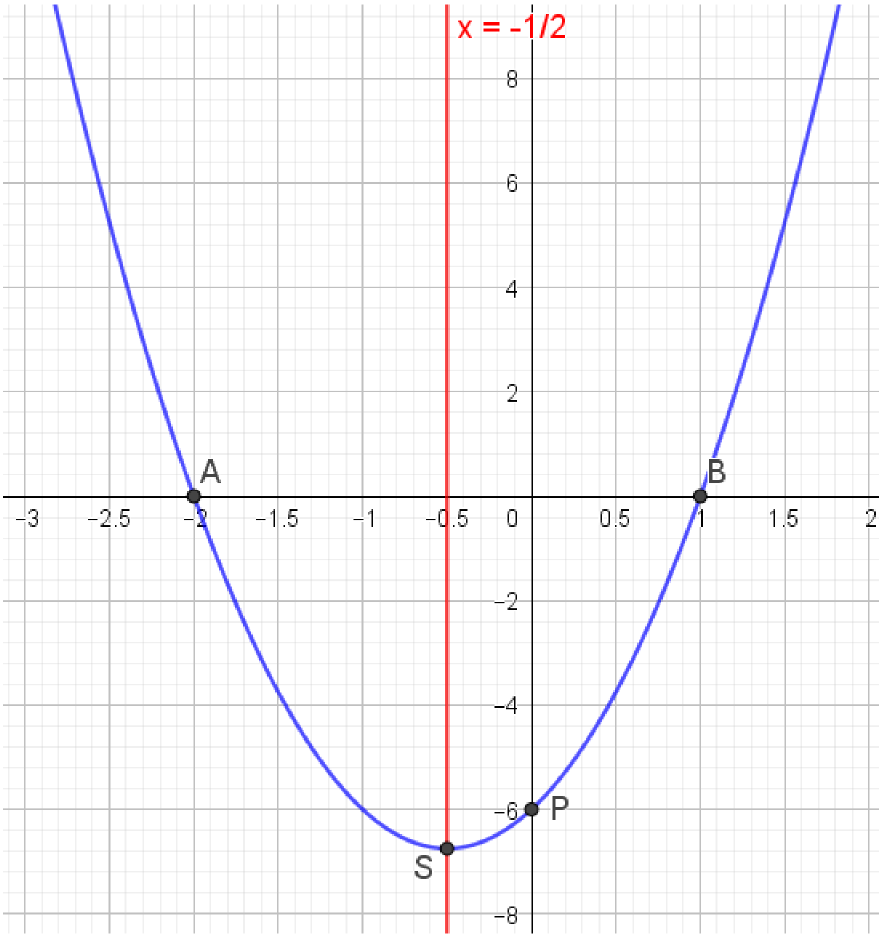
$(\alpha;\beta)$ avec $\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2}$ et $\beta = f(\alpha) = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{81}{12} = -\frac{27}{4} = -6,75$.

g) Tableau des variations.

Sachant $a > 0$,

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	β	$\nearrow$	

h) Représentation graphique.



x = -1/2
A
B
P
S

2) Etude du polynôme du second degré

$$g(x) = 4x^2 + 12x + 9$$

Posons $a = 4$, $b = 12$ et $c = 9$.

a) <u>Le discriminant.</u>

$\Delta = b^2 - 4ac = 12^2 - 4 \times 4 \times 9 = 0.$

b) <u>Les racines.</u>

Puisque $\Delta = 0$, l'équation $g(x) = 0$ admet une seule solution dans $\mathbb{R}$.

$$s = -\frac{b}{2a} = -\frac{12}{2 \times 4} = -\frac{12}{8} = -\frac{3}{2}$$

c) <u>La factorisation</u>

$$f(x) = a(x-s)^2 = 4\left(x + \frac{3}{2}\right)^2$$

d) <u>Le tableau de signes.</u>

Sachant $a > 0$ et $g(x)$ admettant une seule racine, on a

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$+$	

e) <u>Equation de l'axe de symétrie.</u>

$x = \alpha$ avec $\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2}$.

f) <u>Coordonnées du sommet.</u>

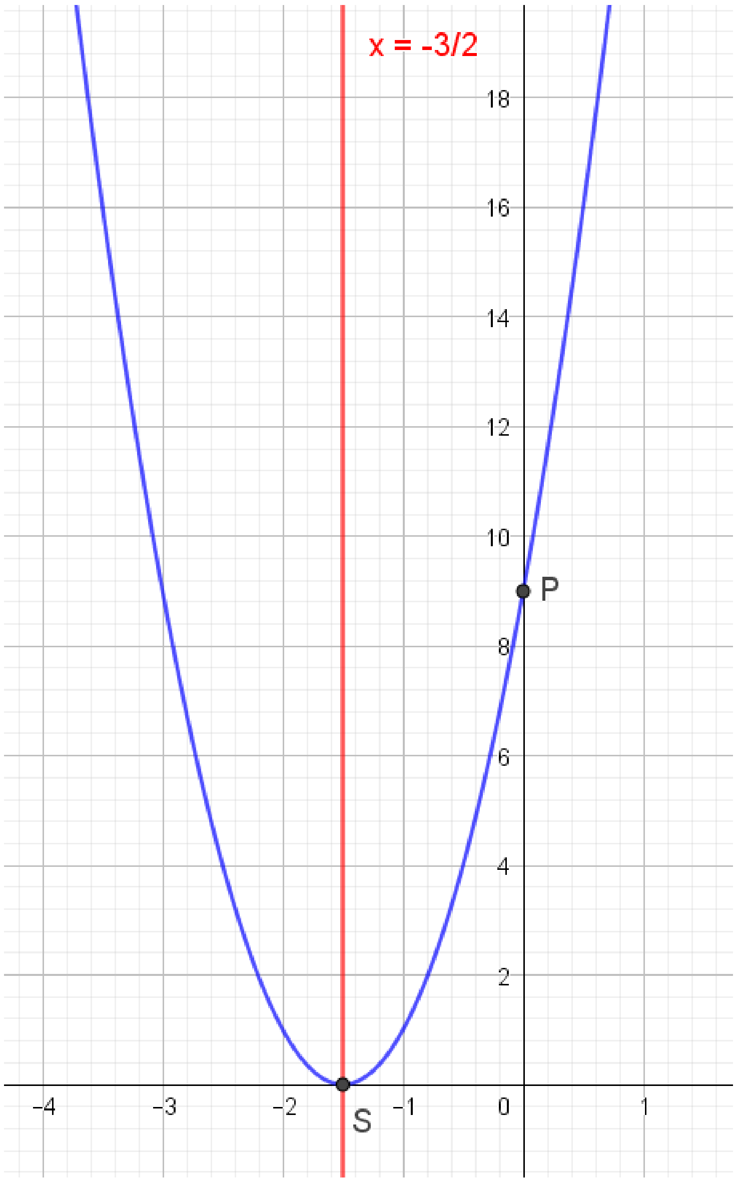
$(\alpha;\beta)$ avec $\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2}$ et $\beta = g(\alpha) = -\frac{\Delta}{4a} = 0$ soit $S\left(-\frac{3}{2};0\right)$.

g) <u>Tableau des variations.</u>

Sachant $a > 0$,

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$+\infty$
$g(x)$		$\searrow$	0	$\nearrow$	

h) <u>Représentation graphique.</u>



x = -3/2
18
16
14
12
10
P
8
6
4
2
-4
-3
-2
-1
0
1
S

3) Etude du polynôme du second degré

$$h(x) = -3x^2 + x - 2$$

Posons $a = -3$, $b = 1$ et $c = -2$.

a) Le discriminant.

$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times (-3) \times (-2) = 1 - 48 = 1 - 24 = -23$.

b) Les racines.

Puisque $\Delta < 0$, l'équation $h(x) = 0$ n'admet pas de solution dans $\mathbb{R}$.

c) La factorisation

Pas de factorisation utile.

d) Le tableau de signes.

Sachant $a < 0$ et $h(x)$ n'ayant pas de racine, on a

x	$-\infty$	$+\infty$
$h(x)$	$-$	

e) Equation de l'axe de symétrie.

$x = \alpha$ avec $\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2\times(-3)} = \frac{1}{6} \sim 0.17$.

f) Coordonnées du sommet.

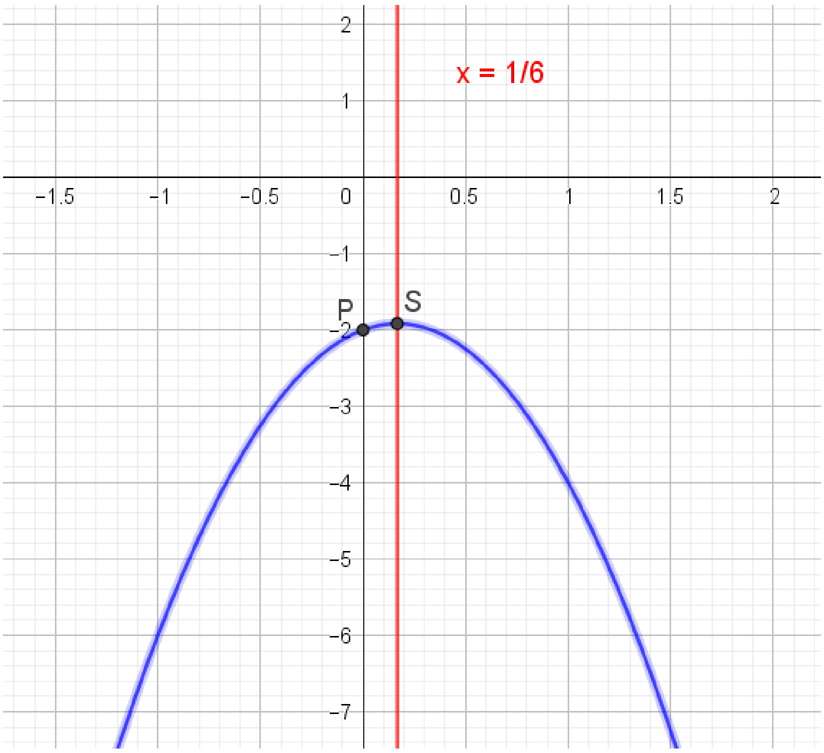
$(\alpha; \beta)$ avec $\alpha = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{6}$ et $\beta = h(\alpha) = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{-23}{4\times(-3)} = -\frac{23}{12} = -1.91$.

g) Tableau des variations.

Sachant $a < 0$,

x	$-\infty$		$\frac{1}{6}$		$+\infty$
$h(x)$		$\nearrow$	$-\frac{23}{12}$	$\searrow$	

h) Représentation graphique.


x = 1/6
P
S
−1.5
−1
−0.5
0
0.5
1
1.5
2
2
1
−1
−2
−3
−4
−5
−6
−7